

Cálculo mental

I. DATOS REFERENCIALES.

ESTUDIANTE : Levi Gerson Yapura Llanos

GUIA : Calixto

INSTITUCIÓN : “Cognnos”

TRABAJO : Proyecto final

II. SUMAS Y RESTAS

El **cálculo mental** consiste en realizar cálculos matemáticos utilizando sólo el cerebro, sin ayudas de otros instrumentos como calculadoras o incluso lápiz y papel.

Algunos calculistas pueden realizar operaciones matemáticas muy complejas (como productos de números de 4 cifras) mediante el cálculo mental. Sin embargo, los mejores matemáticos muchas veces no coinciden con los mejores calculistas.

Si no hay acarreos, es decir, si ninguna suma parcial es mayor que 9, las sumas se pueden realizar directamente. Lo mismo ocurre con las restas.

En caso contrario, hay que saber modelar los números de los que se dispone, a veces convirtiendo una suma de dos números en una suma más sencilla de más sumandos, y algo análogo para las restas.

Cálculo Mental

Ejemplos:

- Calcular $456 + 155$:

$$456 + 155 = 456 + 4 + 151 = 460 + 40 + 111 = 500 + 111 = 611$$

- Calcular $876 - 98$:

$$876 - 98 = 876 - (100 - 2) = 876 - 100 + 2 = 776 + 2 = 778$$

- Calcular $634 - 256$:

$$634 - 256 = 634 - (200 + 50 + 6) = 434 - (50 + 6) = 384 - 6 = 378$$

En el caso de las sumas, como se ve, se puede sumar hasta completar la decena, la centena, etc. y finalmente se llegará a una suma sin acarreos que será fácil de realizar. Las restas se realizan de forma análoga.

En el segundo ejemplo, lo más cómodo era restar 100 de golpe y luego sumar 2.

III. DUPLICACIÓN Y MEDIACIÓN

Multiplicar por 2 es lo mismo que sumarle al número inicial el mismo número. La duplicación y la mediación son un pilar fundamental de las matemáticas egipcias.

Ejemplo: multiplicar 173×16

Esto se puede hacer por duplicaciones sucesivas: $173 \times 16 = 346 \times 8 = 692 \times 4 = 1384 \times 2 = 2768$.

La multiplicación y la mediación sirven, en general, para calcular el producto de un número cualquiera por el producto de potencias de 2 y de 5. Multiplicar por 5 es lo mismo que calcular la mitad del número inicial multiplicado por 10, lo que a veces es más fácil de hallar.

Cálculo Mental

Ejemplo: multiplicar 376×125

Como $125 = 5^3 = 10^3/2^3$, se puede hallar la solución añadiendo los tres ceros correspondientes y dividiendo el resultado tres veces por 2.

$$376 \times 125 = 376000/8 = 188000/4 = 94000/2 = 47000.$$

Es útil conocer algunas potencias de 2 y 5 para realizar estas operaciones con soltura.

También se puede utilizar este método para multiplicar por otros números que son sumas de (pocas) potencias de 2 o de 5, como 12 (8 + 4), 130 (125 + 5), 18 (16 + 2), etc.

IV. MULTIPLICACIÓN POR NÚMEROS CERCANOS A LAS POTENCIAS DE 10

Multiplicar por 9, 11, 99, 101..., es decir, por una potencia de 10 menos 1, se puede hacer mentalmente con un poco de práctica mediante la suma (o resta) de 10^n veces el número inicial más (o resta) del número inicial. Sin embargo, es fácil cometer errores al sumar o restar al mezclar, por ejemplo, unidades con decenas.

Ejemplo: multiplicar 28×99

$$28 \times 99 = 28 \times (100 - 1) = 2800 - 28 = 2772$$

Otro ejemplo: multiplicar 37×121

121 es el cuadrado de 11, así que lo que se pide es lo mismo que multiplicar 37 por 11 y el resultado de nuevo por 11: $37 \times 121 = 37 \times (10 + 1) \times 11 = (370 + 37) \times 11 = 407 \times 11 = 4477$

Además multiplicar por 11 resulta fácil: se separan las cifras y luego se escribe siempre cifra de las unidades y seguidamente se van sumando grupos de dos cifras seguidas poniendo el resultado o la última cifra de la suma llevando un acarreo de 1 si la suma es mayor que 10, y finalmente se coloca la cifra más significativa, así:

Cálculo Mental

Multiplicar:

12345 x 11 : 1° las unidades 5, 5+4=9, 4+3=7, 3+2=5, 2+1=3, y finalmente 1; ahora colocar en orden inverso : 135795

8946 x 11 : 1° las unidades 6, 6+4=10 (0 y lleva 1), 4+9+1(acarreo)=14 (4 y lleva 1), 9+8+1(acarreo)=18 (8 y lleva 1), y finalmente 8+1(acarreo)=9; ahora colocar en orden inverso : 98406

Así :

$$12345 \times 11 = 135795$$

$$89466 \times 11 = 984126$$

Análogamente, se puede aplicar esto a las multiplicaciones por potencias de 2, o de 5, más 1. Por ejemplo, 26, 17, 124 y 63.

V. IGUALDADES NOTABLES

Las llamadas igualdades notables pueden aplicarse al cálculo mental.

Por ejemplo,

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Las dos primeras identidades se pueden aplicar al cálculo de cuadrados perfectos. Supongamos que queremos calcular 52^2 . $52 = 50 + 2$, así que aplicamos la identidad correspondiente al cuadrado de la suma, donde $a = 50$ y $b = 2$.

$$(50 + 2)^2 = 50^2 + 2 \times 50 \times 2 + 2^2 = 2500 + 200 + 4 = 2704.$$

De la misma forma, calculemos 58×62 . Aquí se puede utilizar la tercera identidad, la del producto de suma por diferencia, donde $a = 60$ y $b = 2$.

$$(60 + 2)(60 - 2) = 60^2 - 2^2 = 3600 - 4 = 3596.$$

Cálculo Mental

El cálculo del cuadrado de un número que acabe en 5 puede simplificarse mucho utilizando la tercera identidad. Aquí a será el número inicial (por ejemplo, 65), y $b = 5$:

$$(a + 5)(a - 5) = a^2 - 25$$

Por tanto, se tiene que:

$$(a + 5)(a - 5) + 25 = a^2$$

Si $a = 65$, el resultado es el siguiente:

$$65^2 = 70 \times 60 + 25 = 4200 + 25 = 4225.$$

El cálculo de cubos y potencias superiores mediante el uso de igualdades notables es más difícil. A menudo es más fácil hallar algunas cuartas potencias como el cuadrado del cuadrado.

En general, el cálculo mental consiste en modelar los números de la forma más conveniente para realizar las operaciones prescritas. Para desarrollar una mayor agilidad en el cálculo mental, es útil:

- Conocer algunas potencias de números pequeños, como 2, 3 y 5. En muchos casos, un producto se puede escribir de otra forma más conveniente si se juega con los factores. Por ejemplo, 65×27 es más fácil de calcular si se entiende el producto por 27 como productos sucesivos por 3.
- Conocer algunos cuadrados y saber utilizar las igualdades notables y la propiedad distributiva de la multiplicación para simplificar el cálculo. Por ejemplo, 13×18 es lo mismo que $13 \times (17 + 1) = 13 \times 17 + 13$. Mediante las igualdades notables, $13 \times 17 = 225 - 4 = 221$, así que el resultado final es 234.

VI. VERIFICAR EL RESULTADO

Hay varias formas de comprobar si el resultado al que se ha llegado es el correcto:

- **Orden de magnitud:** Si, tras multiplicar dos números menores de 100, el resultado es mayor de 10.000, seguro que hay algún problema. En una multiplicación de dos factores, hay que comprobar que el resultado tiene un número de cifras igual, o una unidad mayor (según el

Cálculo Mental

caso) que la suma de las cifras de los factores. A menudo los errores en el orden de magnitud se deben a una mala posición de uno de los números a la hora de sumar los productos parciales. Por ejemplo, multiplicar 65×205 en lugar de 65×25 , o viceversa.

- **Cifra de las unidades:** En la multiplicación $a \times b$, comprobar que la última cifra de uno de $a \times b$ es igual a la última cifra del resultado c que se tiene. Por ejemplo, 73×64 debe terminar en 2, ya que $3 \times 4 = 12$. Esta verificación permite conocer una cifra con certeza.
- **Prueba del nueve:** Esta verificación se basa en la suma de las cifras de cada uno de los factores y del resultado hasta que sólo queden números de una cifra. Por ejemplo, si nos queda $73 \times 64 = 4662$, podemos comprobar si es cierto sumando las cifras de cada uno de los números:

$$7 + 3 = 10, 1 + 0 = 1$$

$$6 + 4 = 10, 1 + 0 = 1$$

$$4 + 6 + 6 + 2 = 18, 1 + 8 = 9$$

Sin embargo, 1×1 no es igual a 9, así que el resultado no es correcto. Habría que revisar de nuevo la multiplicación o realizarla de nuevo. (El resultado correcto es 4672) Este método es bueno para detectar errores de acarreo.

VII. CONCLUSIÓN

En general, el cálculo mental consiste en modelar los números de la forma más conveniente para realizar las operaciones prescritas. Para desarrollar una mayor agilidad en el cálculo mental, es útil

ÍNDICE GENERAL

- I. Datos referenciales
- II. Sumas y restas
- III. Duplicación y mediación
- IV. Multiplicación por números cercanos a las potencias de 10
- V. Igualdades notables
- VI. Verificar el resultado
- VII. Conclusión